مقدمة في الإحصاء

مقاييس النزعة المركزية

الوحدة الثالثة : مقاييس النزعة المركزية

- **الأهداف:**

تدريب الطلاب على كيفية استخدام مقاييس النزعة المركزية في مجال وظيفة مندوب المبيعات.

- **متطلبات الجدارة:**

أن يستطيع الطالب وباستخدام أي من هذه المقاييس أن يقارن بين الظواهر محل الدراسة

- **الجدارة ومستوى الأداء المطلوب:**

أن يكون الأداء في مستوى كافٍ للمقارنة بين الظواهر.

- **الوقت المتوقع للتدريب:**

4 ساعات

- **التطبيقات:**

التطبيقات مرفقه في نهاية الفصل مع الإجابة.

مقدمة : يحدث في أغلب التوزيعات التكرارية أن تتراكم (تتمركز) القيم عند نقطة متوسطة، وهو ما يعرف بظاهرة النزعة المركزية، أي نزعة القيم المختلفة إلى التركز عند القيمة النموذجية أو الممثلة لمجموعة القيم في التوزيع، ونظرا لأن مثل هذه القيمة تميل إلى الوقوع في المركز داخل مجموعة البيانات لذلك نسمي هذه القيمة بالقيمة المتوسطة أو مقياس النزعة المركزية، آخذين في الاعتبار أنه يوجد عدة أسس لتحديد القيمة المتوسطة ، وبالتالي فيوجد عدة صور لهذه القيمة أهمها وأكثرها شيوعا هي الوسط الحسابي ، والوسيط ، والمنوال، ولكل من هذه المقاييس مزاياه وعيوبه ، وهذا يعتمد على البيانات وعلى الهدف من دراستها .

أولا : الوسط الحسابي : الوسط الحسابي يعتبر من أهم مقاييس النزعة المركزية والأكثر استخداما في الإحصاء والحياة العملية إذ يستخدم عادة في الكثير من المقارنات بين الظواهر المختلفة، ولو أسندت قيمة الوسط لكل بيانه فان مجموع هذه القيم الجديدة يكون مساويا لمجموع البيانات الأصلية

طرق حساب الوسط الحسابي:

أ- **في حالة البيانات غير المبوبة:** يتم حسابه كما يلي

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

وتكون الصيغة الرياضية للوسط هي:

$$\text{سَ} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

حيث إن:

- مجـ س = أي مجموع قيم الظاهرة.
- ن = أي عدد البيانات

مثال (3 – 1): إذا كانت درجات خمسة طلاب في إحدى المواد هي:

60	72	40	80	63

احسب الوسط الحسابي لدرجات الطلاب .

الحـــل

$$\text{سَ} = \frac{60 + 72 + 40 + 80 + 63}{5} = \frac{315}{5} = 63 \text{ درجة}$$

إذن الوسط الحسابي لدرجات الطلاب = 63 درجة.

الآن لو عوضنا بدل الدرجة الأولى 63 بالوسط 63 وبالدرجة الثانية 80 بالوسط 63 وبالدرجة الثالثة 40 بالوسط 63... إلخ نجد أن

مجـ س = 63 + 63 + 63 + 63 + 63 = 315

وذلك كما ذكر في الملاحظة السابقة في تعريف الوسط .

ب- في حالة البيانات المبوبة :

لحساب الوسط الحسابي لبيانات مبوبة بشكل جداول تكرارية ، على شكل فئات محددة ولكل فئة تكرارها ، فإننا في هذه الحالة نعّرف الوسط الحسابي على أنه مجموع حاصل ضرب مركز كل فئة في التكرار المناظر له مقسوما على مجموع التكرارات،

ونعبر عن ذلك بالصيغة التالية :

$$\text{سَ} = \frac{\text{مجـ س} \times \text{ك}}{\text{مجـ ك}}$$

هنا نرمز ل

- مركز الفئة بالرمز س.
- ولتكرار بالرمز ك.

مثال (3- 2): من جدول (2- 2) نحصل على الجدول التالي:

الفئات	التكرار(ك)	مراكز الفئات (س)	ك×س
3-	10	6	60
9-	12	12	144
15-	8	18	144
21-	6	24	144
27-	3	30	90
33- 39	1	36	36
المجموع	40		618

جدول (3- 1)

$$\text{سَ} = \frac{618}{40} = 15.45$$

من عيوب الوسط الحسابي :

انه لا يمكن حسابه في حالة الفئات (البيانات) المفتوحة ، لذا نلجأ إلى استخدام الوسيط بدلا منه .

ثانياً : الوسيط : هو القيمة التي تقع في الوسط، وذلك بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً بمعنى آخر هو القيمة التي يكون عدد القيم الأصغر منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها .

1. حساب الوسيط في حالة البيانات الغير مبوبة:

نرتب القيم ونأخذ القيمة التي في الوسط وهناك حالتان:

الحالة الأولى: إذا كان عدد البيانات فردياً تكون هناك قيمة واحدة فقط في الوسط وتكون هي قيمة الوسيط.

مثال (3- 3): أوجد قيمة الوسيط من البيانات التالية:

70	40	20	60	30

لإيجاد الوسط نرتب البيانات تصاعديا

70	60	40	30	20

فيكون الوسيط =40 لأن عدد البيانات الذي يسبق القيمة 40 يساوي عدد البيانات التي تلحق القيمة 40.

الحالة الثانية :

إذا كان عدد البيانات زوجياً فتكون هناك قيمتان في الوسط وتكون قيمة الوسيط هي متوسط القيمتين.

مثال (3- 4): أوجد قيمة الوسيط من البيانات التالية:

70	40	30	20	60	30

لإيجاد الوسيط نرتب البيانات تصاعديا:

70	60	40	30	30	20

$$\text{فيكون الوسيط} = \frac{40+30}{2} = 35$$

2. في حالة البيانات المبوبة:

قبل إيجاد الوسيط حسابيا وبيانياً يمكننا تعريف الفئة الوسيطية :

الفئة الوسيطية : هي الفئة التي يقع فيها الوسيط .

لإيجاد الوسيط حسابياً نتبع الخطوات التالية :

1- نكون جدول التكرار المجتمع الصاعد .

2- نحدد رتبة الوسيط

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$$

3- نستخدم العلاقة التالية للحصول على الوسيط .

$$\text{الوسيط} = \text{بداية الفئة الوسيطية} + \frac{\text{رتبة الوسيط} - \text{التكرار السابق}}{\text{التكرار اللاحق} - \text{التكرار السابق}} \times \text{طول الفئة}$$

مثال(3- 5): من جدول (2- 3)سوف نحسب قيمة الوسيط :

الفئات	التكرار
أقل من 3	صفر
أقل من 9	10
أقل من 15	22
أقل من 21	30
أقل من 27	36
أقل من 33	39
أقل من 38	40

رتبة الوسيط = $\frac{40}{2} = 20$

الوسيط = $9 + \frac{20 - 10}{22 - 10} \times 6$

$= 9 + \frac{10}{12} \times 6$

$= 9 + 5 = 14$

3. إيجاد الوسيط بيانياً :

يمكن إيجاد الوسيط بيانيا برسم المنحنى المتجمع الصاعد ، أو برسم المنحنى المتجمع الهابط ، أو برسمهما معا في رسم واحد ، و نحدد قيمة الوسيط من رسم المنحنى المتجمع الصاعد كما يلي :

نرسم المنحنى المتجمع الصاعد من جدول التكرار المتجمع الصاعد، ونحدد بعد ذلك رتبة الوسيط على المحور الراسي الذي يمثل التكرارات المتجمعة ، ويقابل المنحنى المتجمع الصاعد في نقطة ولتكن (أ) ثم نسقط من (أ) عمودا رأسياً يقابل محور الفئات في نقطة ، ولتكن (ب) . فتكون القيمة التي تقع عليها ب على محور الفئات هي الوسيط التي تقسم البيانات إلى قسمين متساويين.

من عيوب الوسيط :

أننا لا نستطيع إيجاده في حالة البيانات الوصفية لذا نلجأ إلى استخدام المنوال بدلا منه .

ثالثاً : المنوال :

المنوال هو القيمة الأكثر تكرراً في عينة من البيانات .

طرق حساب المنوال :

أ- في حالة البيانات الغير مبوبة :

مثال(3- 6): إذا كان لدينا القيم الآتية 6 5 4 5 7 3

فأن المنوال هو القيمة (5) لأنها تكررت أكثر من غيرها .

مثال (3- 7): إذا كان لدينا القيم الآتية 6 5 3 5 7 3

فإن المنوال هو القيمة (3) والقيمة (5) لأنهما تكررتا أكثر من غيرهما.

مثال (3- 8): إذا كان لدينا القيم الآتية 9 6 5 7 3

فإن المنوال هنا عديم القيمة أو لا قيمة له لأنه لم تتكرر أي قيمة من القيم .

ب- في حالة البيانات المبوبة :

هنا نحتاج الى إيجاد المنوال حسابياً من الفئة الأكبر تكرار و نستخدم طريقة الفروق (طريقة بيرسون). ونستطيع حساب المنوال كالتالي:

$$\text{المنوال} = \text{أ} + \frac{\text{ك م} - \text{ك س}}{2\times\text{ك م} - \text{ك س} - \text{ك ل}} \times \text{ل}$$

حيث أ = بداية الفئة المنوالية.

ك م = تكرار الفئة المنوالية.

ك س = تكرار الفئة السابقة للفئة المنوالية.

ك ل = تكرار الفئة اللاحقة للفئة المنوالية.

ل = طول الفئة.

مثال (3- 9): سوف نستخدم جدول رقم (2- 2) لحساب قيمة المنوال.

الفئات	التكرار
-3	10
-9	12
-15	8
-21	6
-27	3
-33 39	1
	40

هنا الفئة الثانية فيها أكبر تكرار فتكون بداية الفئة الثانية هي بداية الفئة المنوالية (أ) = 9 وتكرار الفئة المنوالية (ك م) = 12 ، والتكرار السابق للفئة المنوالية (ك س) = 10 ، والتكرار اللاحق للفئة المنوالية (ك)= 8 ، وطول الفئة هنا = 6 كما عرفنا ذلك سابقاً.

فمن المعلومات السابقة الذكر نستطيع إيجاد المنوال حسابياً

$$\text{المنوال} = 9 + 6 \times \frac{10 - 12}{8 - 10 - 12 \times 2}$$

$$= 9 + 6 \times \frac{2}{18 - 24}$$

$$= 9 + \frac{12}{6}$$

$$= 9 + 2 = 11$$

ت- إيجاد المنوال بيانياً :

نستطيع حساب قيمة المنوال بيانياً بالرسم من المدرج التكراري فنكتفي برسم المستطيلات التي تمثل الفئة المنوالية والفئة السابقة واللاحقة لها ، ولإيجاد المنوال من الرسم نصل الرأس الأيمن العلوي لمستطيل الفئة المنوالية بالرأس الأيمن العلوي للمستطيل السابق له ، وكذلك نصل الرأس الأيسر العلوي لمستطيل الفئة المنوالية بالرأس الأيسر للفئة اللاحقة وعند نقطة التقاطع نسقط خطاً عمودياً على محور الفئات ونقطة التقاطع مع محور الفئات هي قيمة المنوال.

الخـــلاصة

في هذا الفصل تعرفنا على مقاييس النـزعة المركـزية وهـي :

1. الوسط .
2. الوسيط .
3. المنوال .

حيث إننا عرفنا متى يستخدم كل منها وطرق حسابها .

من خلال إلقاء الضوء على الوسط الحسابي، فإنه قيمة وسطية نستطيع من خلالها المقارنة بين قيم الظاهرة، ولكن ينقصها تحديد مدى ترابط البيانات مع بعضها، وهل هي متقاربة أم متباعدة، لذا نحتاج إلى التعرف على مقاييس التشتت، والتي ستكون موضوعنا في الفصل القادم

تطبيقات الفصل الثالث

تطبيق (1): فيما يلي درجات أحد الطلاب في خمسة امتحانات

المطلوب:

أ- أوجد الوسط الحسابي

ب- أوجد الوسيط

ج- أوجد المنوال

د- إذا أضفنا درجتين لكل امتحان فماذا تكون قيمة الوسط الحسابي ؟

ه- إذا ضربنا نتيجة كل امتحان في 2 فماذا تكون قيمة الوسط الحسابي ؟

الـحـل

$$\text{أ - الوسط} = \frac{90+50+80+70+60}{5} = \frac{350}{5} = 70$$

ب - الوسيط

نرتب القيم كالتالي 50 60 70 80 90

فتكون قيمة الوسيط = 70 لأنها هي القيمة التي في الوسط

ث- المنوال لا توجد قيمة للمنوال

د - الوسط $= \frac{92+52+2+72+62}{5} = \frac{360}{5} = 72$

=

هـ - الوسط $= \frac{180+100+160+140+120}{5} = 140$

=

تطبيق (2): الجدول التالي يمثل الأجر اليومي لمجموعة من العمال:

الفئات	-20	-30	-40	-50	-60	70- 80	المجموع
عدد العمال	9	12	15	8	4	2	50

المطلوب :

احسب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لأجور العمال

الحل

الفئات	التكرار	مركز الفئات	ك × س
-20	9	25	225
-30	12	35	420
-40	15	45	675
-50	8	55	440
-60	4	65	260
70- 80	2	75	150
المجموع	50		2170

1. الوسط الحسابي سَ = $\frac{2170}{50} = 43.4$

2. المنوال = 40 + $\frac{12 - 15}{20 - 30} \times 10$

= 40 + $\frac{3}{10} \times 10$

= 40 + 3 = 43

3. **الوسيط**

الفئات	التكرار المجتمع الصاعد
أقل من 30	9
40 = = =	21
50 = = =	36
60 = = =	44
70 = = =	48
80 = = =	50

إذن رتبة الوسيط = $\frac{50}{2}$ =25

الوسيط =40 + $\frac{21 - 25}{21 - 36}$ ×10

=40 + $\frac{4}{15}$ ×10

=40 + $\frac{40}{15}$

=40 + 2.66 =42.66