مقدمة في الإحصاء

مقاييس التشتت

الوحدة الرابعة : مقاييس التشتت

- **الأهداف :**

تدريب الطلاب على كيفية استخدام مقاييس التشتت في مجال وظيفة مندوب المبيعات.

- **متطلبات الجدارة:**

إن يستطيع الطالب وباستخدام أي من هذه المقاييس أن يقارن بين الظواهر محل الدراسة.

- **الجدارة ومستوى الأداء المطلوب :**

أن يكون الأداء في مستوى كافٍ للمقارنة بين الظواهر.

- **الوقت المتوقع للتدريب :**

4 ساعات

- **التطبيقات :**

التطبيقات مرفقه في نهاية الفصل مع الإجابة.

مقدمة:

يقصد بالتشتت في أي مجموعة من القيم التباعد بين مفرداتها أو التفاوت أو الاختلاف بينها، وهذا التشتت يكون صغيرا بالطبع إذا كان التفاوت بين مفردات القيم قليلا ، أي متى كانت القيم قريبة من بعضها ويكون التشتت كبيرا إذا كان التفاوت بينها كبيرا، أي متى كانت القيم بعيدة عن بعضها . وعلى ذلك يمكننا أن نتخذ مقدار التشتت (قليلا كان أو كبيرا) كدليل على تجمع القيم وقربها من بعضها أو على تفرقها وتباعدها عن بعضها، وهكذا يكون لدينا مقياس لمقدار تجانس المجموعات الإحصائية أو عدم تجانسها، وكما تعرفنا في الفصل السابق على مقاييس النزعة المركزية (مجموعة المقاييس الوصفية الأولى) والتي أعطتنا فكرة أولية عن التوزيع التكراري، فمن الواضح أن وصف التوزيع التكراري بأحد تلك المقاييس يعطينا فكرة ناقصة عن حقيقة المجموعة التي يمثلها التوزيع كما أن المقارنة بين المجموعات بناء على متوسطاتها فقط تكون ناقصة، كذلك أن لم تكن مضللة فعلا. فقد يحدث أن يتساوى متوسطا مجموعتين ومع ذلك تكون مفرداتها مختلفة كل الاختلاف، فربما تكون مفردات المجموعة الأولى قريبة في القيمة من متوسطها أي مركزة حوله بينما تكون مفردات المجموعة الثانية بعيدة في القيمة وتختلف كثيرا عن متوسطها فيكون بعضها اكبر منه بكثير والآخر أقل منه بكثير.

مثال (4- 1): للمقارنة بين مجموعتين، المجموعة الأولى درجات مجموعة من الطلاب في مادة الإحصاء والثانية درجاتهم في مادة المحاسبة.

درجات الإحصاء	67	69	62	68	74
درجات المحاسبة	68	78	38	98	58

نجد أن الوسط الحسابي واحد في الحالتين ومقداره (68) درجة ومع هذا فهناك اختلاف في واقع درجات الطلاب حيث إن درجات الطلاب في الإحصاء متقاربة من قيمة الوسط الحسابي، ولكن درجات الطلاب في المحاسبة متباعدة عن قيمة الوسط، فهنا لا يكفي الوسط الحسابي للمقارنة، ويجب البحث عن مقياس آخر يستطيع المقارنة بين المجموعتين، ولابد من تحديد مدى التشتت (التباعد) هل هو كبير أم قليل، ولدراسة التشتت (التباعد) نأخذ المقاييس التالية:

أولاً : المدى :

يعرف المدى للبيانات غير المبوبة بأنه الفرق بين أكبر قراءة وأصغر قراءة لعينة من البيانات أي أن

المدى = أكبر قراءة – أصغر قراءة

ومن بيانات المثال السابق نجد أن المدى يساوي :

المدى = 74 - 62 = 12 درجة لطلاب الإحصاء.

المدى = 98 – 38 =60درجة لطلاب المحاسبة.

وهذا يوضح لنا أن درجات الطلاب في الإحصاء أقل تشتتاُ من درجات الطلاب في المحاسبة .

ولحساب المدى من البيانات المبوبة (المجدولة) نتبع الطريقة التالية :

المدى = نهاية الفئة الأخيرة – بداية الفئة الأولى

من الجدول التكراري رقم (2 – 2) نجد أن المدى = 39 – 3 = 36

المدى بشكل عام مقياس سهل الفهم والاستخدام ويعاب عليه أنه لا يقيس إلا مجموعتين (أي يقارن بين مجموعتين فقط) .

ثانياً : التباين والانحراف المعياري :

يعتبر التباين والانحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت المستخدمة في كثير من المسائل الإحصائية، ويعرف التباين لمجموعة من القراءات عددها "ن" مثلا بأنه متوسط مربعات انحرافات تلك القراءات عن وسطها الحسابي ، وتتلخص فكرة حسابه في حساب الانحرافات عن قيمة الوسط الحسابي (حيث يستعمل وحده لهذا الغرض عن بقية مقاييس النزعة المركزية)، أما الجذر التربيعي للتباين فهو ما يسمى الانحراف المعياري ، ويعتبر الانحراف المعياري من أهم وأدق وافضل مقاييس التشتت ، وذلك لسهولة حسابه .

أ- التباين والانحراف المعياري من بيانات غير مبوبة:

كما عرفنا عن مقاييس التشتت بشكل عام تهتم بقياس مدى تشتت القيم عن قيمة الوسط الحسابي فالتباين والانحراف المعياري تكون قيمتهما كبيرة إذا كانت القيم متباعدة عن قيمة الوسط الحسابي وتكون قيمتهما صغيرة إذا كانت القيم متقاربة من قيمة الوسط الحسابي ولأخذ الفروق بين القيم وقيمة الوسط الحسابي فإن مجموع الانحرافات (الفروق) سيكون =صفر، لأن الانحرافات (الفروق) يكون بعضها موجب ويكون البعض الأخر سالباً وفي هذه الحالة فإن القيم الموجبة تحذف القيم السالبة فيكون المجموع = صفراً. ولتفادي هذه المشكلة نوجد مربع الفرق بين القيم وقيمة الوسط الحسابي. وبتربيع الفروق نكون حصلنا على التباين الذي من خلاله نحصل على الانحراف المعياري والذي هو جذر التباين.

مثال (4- 2) : إذا كانت عندنا القيمة 2 فإن تربيعها يكون على النحو التالي = $(2)^2$ =4 وهكذا.

قاعدة التباين:

$$\text{التباين} = \frac{\text{مج } (\text{س} - \text{سَ})^2}{\text{ن}}$$

هنا س ترمز ل البيانات حسب عددها (س1 ،س2 ،س3 ، ..

س ترمز للوسط الحسابي .

ويكون الانحراف المعياري هو جذر التباين أي نأخذ الجذر التربيعي للتباين.

مثال (4- 3): أوجد التباين والانحراف المعياري للبيانات التالية:

36	41	24	33	26

الحـــــــــــــل:

إيجاد الوسط الحسابي = $\frac{36+41+24+3+26}{5}$ =32

إيجاد الانحرافات بين البيانات عن قيمة الوسط الحسابي (س- سَ)

4	9	8 -	1	6 -	=

ثم نأخذ مربع الانحرافات

16	81	64	1	36	=

ثم نأخذ مجموع مربع الانحرافات أي نوجد مجـ (س – سَ)^2

= 36+1+64+81+ 16 = 198

فيكون التباين

التباين= $\frac{\text{مجـ (س _ سَ)}2}{5}$ = $\frac{198}{5}$ = 39.6

ثم نوجد الانحراف المعياري وهو الجذر التربيعي للقيمة 39.6 ويساوي = 6.29

ب- التباين والانحراف المعياري من بيانات مبوبة.

في حالة البيانات المنظمة في جدول توزيع تكراري يمكننا حساب التباين والانحراف المعياري باستخدام الصيغة الآتية :

التباين = $\frac{\text{مجـ ك س}^2}{\text{ن}}$ _ (سَ)^2

وكما نعرف أن الانحراف المعياري هو جذر التباين.

فان ك = التكرار

س = مراكز الفئات

مجـ = المجموع

مثال (4- 4): أوجد التباين والانحراف المعياري من الجدول (2- 2).

الحـل

لإيجاد التباين والانحراف المعياري نكون الجدول التالي :

الفئات	التكرار (ك)	مراكز الفئات (س)	ك × س	ك × س^2
-3	10	6	60	360
-9	12	12	144	1728
-15	8	18	144	2592
-21	6	24	144	3456
-27	3	30	90	2700
33- 39	1	36	36	1296
المجموع	40		618	12132

$$\text{سَ} = \frac{618}{40} = 15,45$$

$$\text{التباين} = \frac{12132}{40} - (15,45)^2$$

$$= 303,3 - 238,7 = 64.6$$

والانحراف المعياري = 8.037

ثالثاً : معامل الاختلاف :

من المعلوم أن الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات يأخذ وحدات البيانات نفسها ، فإذا كانت البيانات تمثل الأطوال مقاسه بالسنتيمترات، فإن الانحراف المعياري يكون بالسنتيمتر، وإذا كانت البيانات تمثل الأوزان، فإنها تكون مقاسه بالكيلوجرام، ويكون الانحراف المعياري مقاسا بالكيلوجرام، فإذا أردنا مقارنة تجانس مجموعة من الأوزان أو تشتتها بمجموعة من الأطوال فلا يمكن استخدام الانحراف المعياري للمقارنة لأنه لا يمكن مقارنة السنتيمتر بالكيلوجرام، لذا دعت الحاجة إلى إيجاد مقياس لا يعتمد على الوحدات، وهذا المقياس هو ما يسمى بمعامل الاختلاف ويعرف كالتالي :

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}}$$

مثال (4 – 5) : من البيانات التالية والتي تمثل أوزان مجموعة من الطلاب :

	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي
طلاب التسويق	10كجم	40كجم
طلاب المحاسبة	10كجم	70كجم

احسب قيمة معامل الاختلاف ؟

هنا قيمة الانحراف المعياري متساوية فكيف نتخلص من أثر الاختلاف في قيمة الوسط الحسابي ؟

من خلال حساب قيمة معامل الاختلاف لأوزان الطلاب نجد أن :

طلاب التسويق = $\frac{10}{40}$ = 0.25

طلاب المحاسبة = $\frac{10}{70}$ = 0.14

ومن ذلك يتضح أن التشتت في الأوزان أكبر بين طلاب التسويق .

الخـــــــــلاصة

في هذه الفصل تعرفنا على عدد من مقاييس التشتت

1- المدى .
2- التباين والانحراف المعياري .
3- معامل الاختلاف .

عرفنا ماذا يعني المدى، وكيفية حسابه، ومتى لا نستطيع استخدامه، وكذلك بالنسبة للانحراف
المعياري .
وسوف نستعرض في الفصل القادم معاملات الارتباط .
ومنها :

1. معامل بيرسون للارتباط .
2. معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

تطبيقات الفصل الرابع

تطبيق (1) : إذا علمت أن تباين البيانات التالية

3 5 7 9 11 13

يساوي $\frac{70}{6}$ = 11.66

أوجد

أ- تباين البيانات السابقة إذا أضفنا 2 إلى كل بيانه .

ب- تباين البيانات السابقة بعد طرح 1 من كل بيانه.

الحـــل

أ- في حالة إضافة العدد 2 إلى كل بيانه من البيانات السابق نحصل على نفس التباين .

ب- كذلك هنا نحصل على نفس التباين في حالة طرح العدد 1 من كل بيانه.

تطبيق (2) : أوجد التباين ثم الانحراف المعياري للبيانات التالية

الفئات	-55	-60	-65	-70	-75	-80	-85	-90	-95 100
التكرار	2	3	4	5	8	10	8	6	4

الـــحـــل

الفئات	التكرار	مراكز الفئات	ك × س	(ك × س^2)
-55	2	57.5	115	6612.5
-60	3	62.5	187.5	11718.75
-65	4	67.5	270	18225
-70	5	72.5	362.5	26281.25
-75	8	77.5	620	48050
-80	10	82.5	825	68062.5
-85	8	87.5	700	61250
-90	6	92.5	555	51337.5
100 -95	4	97.5	390	38025

المجموع	50		4025	329562.5

$$\text{الوسط} = \frac{4025}{50} = 80.5$$

$$\text{التباين} = \frac{\text{مج ك س}^2}{\text{ن}} - (\text{سَ})^2$$

$$= \frac{329562.5}{50} - (80.5)^2$$

$$= 6591.25 - 6480.25 = 111$$

الانحراف المعياري= 10.50