



## مقدمة

الحمد لله الذي علّم بالقلم، علّم الإنسان ما لم يعلم، والصلاة والسلام على من بُعث مُعلماً للناس وهادياً وبشيراً، وداعياً إلى الله بإذنه وسراجاً منيراً؛ فأخرج الناس من ظلمات الجهل والغواية، إلى نور العلم والهداية، نبينا ومعلّماً وقودتنا الأول محمد بن عبدالله وعلى آله وصحبه أجمعين، أما بعد:

تسعى المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل السعودي، ويأتي هذا الاهتمام نتيجة للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على الله ثم على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التنموي، لتصل بعون الله تعالى لمصاف الدول المتقدمة صناعياً. وقد خطت الإدارة العامة للمناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي تلك المتطلبات، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية ومن بعده مشروع المؤهلات المهنية الوطنية، والذي يمثل كل منهما في زمنه، الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير وكذلك المؤهلات لاحقاً في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية "رياضيات عامة (101رياض)" لمتدربي الكليات التقنية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا البرنامج لتكون مهاراتها رافداً لهم في حياتهم العملية بعد تخرجهم من هذا البرنامج. والإدارة العامة للمناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجل أن تسهم بشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط خالٍ من التعقيد.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه؛ إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة للمناهج



## الفهرس

رقم الصفحة	الموضوع
2	مقدمة
3	الفهرس
7	تمهيد
9	الوحدة الأولى: المجموعات
11	مفهوم المجموعة وخصائصها
11	رموز المجموعات وعناصرها
11	طرق تعريف المجموعات
13	المجموعة الجزئية
14	تساوي مجموعتين
14	أنواع المجموعات: المجموعة الشاملة والمجموعة الخالية
15	خصائص المجموعة الجزئية
15	العمليات على المجموعات
15	تقاطع مجموعتين
16	اتحاد مجموعتين
17	العلاقة بين الاتحاد و التقاطع
17	الفرق بين المجموعتين
18	متمة المجموعة
19	الفرق التناظري بين المجموعتين
20	قانون دي مورغان
22	المجموعات العددية
24	تمارين (1-14)



28	الوحدة الثانية: العمليات الحسابية على الأعداد النسبية والحقيقية
30	العمليات الحسابية على الأعداد الكسرية
30	خصائص الكسور
35	العمليات الحسابية على الأعداد العشرية
38	تقريب الأعداد العشرية
39	خصائص الأعداد الحقيقية
41	العمليات الحسابية على الأعداد الحقيقية
43	تمارين (2-11)
48	الوحدة الثالثة: كثيرات الحدود
50	تعريف كثيرات الحدود
52	العمليات الحسابية على كثيرات الحدود
52	جمع كثيرات الحدود
52	طرح كثيرات الحدود
53	ضرب كثيرات الحدود
56	حساب قيمة كثيرة الحدود عند قيمة معينة للمتغير
57	قسمة كثيرات الحدود
57	تحليل كثيرات الحدود من الدرجة الثانية
58	طريقة المعامل المشترك الأكبر
58	طريقة تحليل فرق مربعين
59	طريقة تحليل كثيرة الحدود $ax^2 + bx + c$
62	الكسور الجبرية
62	اختصار الكسور الجبرية
64	تمارين (3-12)



68	الوحدة الرابعة: المصفوفات والمحددات
70	المصفوفات
70	مفهوم المصفوفة
72	انواع المصفوفات
74	تساوي مصفوفتين
75	العمليات الحسابية على المصفوفات
84	المحددات
84	حساب محددة $2 \times 2$
85	حساب محددة $3 \times 3$
86	مقلوب مصفوفة
88	تمارين (4-11)
94	الوحدة الخامسة: المعادلات
96	تعريف المعادلات الخطية
96	حل المعادلات من الدرجة الاولى
97	حل المعادلات من الدرجة الثانية
100	حل مجموعة معادلات خطية
99	حل جملة معادلتين خطيتين ذات مجهولين
101	حل جملة معادلتين خطيتين ذات مجهولين (المعادلات المصفوفية)
105	حل جملة معادلتين خطيتين ذات مجهولين (طريقة كرايمر)
108	حل جملة ثلاث معادلات خطية ذات ثلاثة مجاهيل
113	تمارين (5-6)
117	الوحدة السادسة: الهندسة المستوية والفراغية
119	الهندسة المستوية



119	الاشكال الرباعية
119	المربع
121	المستطيل
123	متوازي الاضلاع
125	المعين
127	شبه المنحرف
129	المثلث
131	الدائرة
134	تمارين(6-8)
139	الهندسة الفراغية
139	المكعب
141	الأسطوانة
143	المخروط
145	البيضاوي
147	الكرة
149	تمارين(6-14)
154	المراجع



## تمهيد

الهدف العام من الحقيقية:

تهدف هذه الحقيقة إلى إكساب المتدرب المعارف والمهارات التأسيسية في عدد من المواضيع الرياضية التي تؤهله لفهم المقررات التخصصية.

تعريف بالحقيقة:

تقدم هذه الحقيقة وثيقة أساسية موجهة لمتدرب الكلية التقنية لتعليمه المهارات الأساسية لعدد من المواضيع الرياضية التي تؤهله لفهم المقررات التخصصية . ولقد ارتئينا -خدمة للأهداف التربوية - إعطاء بعض التفاصيل للنتائج الأساسية والتي يحتاج إليها المتدرب في التطبيقات المباشرة دون التعمق في المسائل النظرية حرصاً منا على إيصال المعلومة واضحة للمتدرب ، مع الحرص على الإكثار من حل الامثلة المباشرة التي يمكن أن يتعرض لها المتدرب في مواد التخصص ليتسنى له فهمها بوضوح .

الوقت المتوقع لإتمام التدريب على مهارات هذه الحقيقة التدريبية:

يتم التدريب على مهارات هذه الحقيقة في 60 ساعة تدريبية، موزعة كالتالي:

المجموعات	8 ساعات تدريبية
الوحدة الأولى :	
العمليات الحسابية على الأعداد النسبية والحقيقية	8 ساعة تدريبية
الوحدة الثانية :	
كثيرات الحدود	12 ساعات تدريبية
الوحدة الثالثة :	
المصفوفات والمحددات	12 ساعات تدريبية
الوحدة الرابعة :	
المعادلات	12 ساعات تدريبية
الوحدة الخامسة :	
الهندسة المستوية والفراغية	8 ساعات تدريبية
الوحدة السادسة :	

الأهداف التفصيلية للحقيقة:

من المتوقع في نهاية هذه الحقيقة التدريبية أن يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن:

1. الالمام بمفهوم المجموعات وخصائصها والعمليات عليها.
2. يميز بين المجموعات العددية والقدرة على إجراء العمليات الحسابية عليها.
3. الالمام بمفهوم كثيرات الحدود والقدرة على تبسيطها وتحليلها واختصار الكسور الجبرية.
4. التعامل مع المصفوفات والمحددات والمقدرة على استعمالها.
5. القدرة على حل المعادلات من الدرجة الأولى والثانية ومجموعة المعادلات الخطية ذات مجهولين أو ثلاثة.
6. الالمام بكيفية حساب المساحات والمحيطات والاحجام لأشكال هندسية مستوية وفارغة





## الوحدة الأولى

### المجموعات





## الوحدة الأولى المجموعات

الهدف العام للوحدة:  
تهدف هذه الوحدة إلى معرفة مفهوم المجموعات والعمليات عليها والمجموعات العددية المشهورة والقيام بالعمليات الحسابية في مجموعة الاعداد الحقيقية.

- الأهداف التفصيلية:
- من المتوقع في نهاية هذه الوحدة التدريبية أن يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن:
1. يُعرّف المجموعة .
  2. يميز خصائص المجموعات .
  3. يحسب العمليات على المجموعات.
  4. يصنف الاعداد حسب مجموعاتها العددية.

الوقت المتوقع للتدريب على هذه الوحدة: 8 ساعات تدريبية.



## المجموعات

### تعريف 1 :

1.1 المجموعة هي أي تجمع من الأشياء الحسية أو المعنوية المستقلة التي يمكن تمييزها عن غيرها من الأشياء بشكل دقيق وقاطع لا يختلف فيه، وكل عنصر منها يعتبر كائن مستقل بذاته في المجموعة.

مثال 1 : لتكن لدينا المجموعتان التاليتان:

(a) مجموعة أحرف اللغة العربية.

(b) مجموعة الحقائق الجميلة في المملكة.

نعتبر (a) مجموعة لأن عناصرها معروفة ومحددة. أما بالنسبة للمجموعة (b) فلا نعتبرها مجموعة رياضية لأنها غير معرفة بشكل محدد ودقيق لأن الجمال نسبي وليس دقيق ويتفاوت من حقيقة إلى حقيقة أخرى.

### 2.1 رمز المجموعات وعناصرها :

نرمز للمجموعات (تسميتها) عادة بالأحرف اللاتينية الكبيرة مثل  $A, B, C, \dots, Y, Z$  والأشياء التي تتألف منها المجموعات تسمى عناصر ويرمز للعناصر بالأحرف الصغيرة مثل  $a, b, c, \dots, y, z$

### 3.1 طرق تعريف المجموعة:

يتم كتابة المجموعة بين قوسين بهذا الشكل  $\{ \}$  وعناصر المجموعة تكتب داخل القوسين وتوضع فواصل بينها ، مثال على ذلك :

$$A = \{2, a, 3, 5, 7, b, s, m\}$$

يعبر عن المجموعة بإحدى الطريقتين :

#### 1.3.1 طريقة السرد ( الحصر ) :

مثال 2 : مجموعة الحروف المكونة لكلمة red هي:  $A = \{r, e, d\}$

مثال 3 : مجموعة الأعداد الزوجية المحصورة بين 1 و 9 هي :

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

### 2.3.1 طريقة الوصف:

ويتم فيها ذكر صفة أو خاصية تميز عناصر المجموعة مثال  $A$  هي مجموعة الأعداد الطبيعية .

$$B = \{x: \text{الخاصية أو الصفة}\}$$



**مثال 4 :** مجموعة أيام الأسبوع  $B = \{x: x \text{ يوم من أيام الأسبوع}\}$

### 3.3.1 طريقة القاعدة:

يكون تسلسل العناصر له نمط ظاهر، بحيث يمكن التعبير عنها بقاعدة معينة

**مثال 5 :** المجموعة  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  يمكن كتابتها بالقاعدة التالية :

$$B = \{x: x \in N, x \text{ زوجي}, 2 \leq x \leq 8\}$$

حيث  $N$  هي مجموعة الأعداد الطبيعية

وتقرأ  $A$  هي المجموعة المكونة من العناصر  $x$  ، حيث إن  $x$  عدد زوجي طبيعي أكبر من 2 أو يساوي 2 وأصغر من أو يساوي 8 .

### 4.1 العلاقة بين العنصر والمجموعة:

تكون العلاقة بين العنصر والمجموعة إما ينتمي بالرمز  $\in$  أو لا ينتمي بالرمز  $\notin$

**مثال 6 :** المجموعة  $A = \{2, 4, 7, a, c\}$

العنصر 2 هو أحد عناصر المجموعة  $A$  يقال 2 ينتمي إلى المجموعة  $A$  ونرمز له بالرمز

$$(2 \in A)$$

العنصر 8 ليس أحد عناصر المجموعة  $A$  يقال 8 لا ينتمي إلى المجموعة  $A$  ونرمز له بالرمز

$$(8 \notin A)$$

### 5.1 المجموعة الجزئية:

نقول إن  $A$  هي مجموعة جزئية من المجموعة  $B$  إذا كانت جميع عناصر المجموعة  $A$  موجودة في المجموعة  $B$  ونرمز  $A \subseteq B$  أي أنها علاقة بين مجموعة ومجموعة أخرى ، ويمكن كتابتها رياضياً كالتالي:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$$

إذا كانت  $A \subseteq B$  و  $A \neq B$  فنقول إن ( $A$  مجموعة جزئية فعلية من  $B$ ) ونكتب  $A \subset B$  ، وهي كل عنصر في المجموعة  $A$  هي أيضاً عنصراً في المجموعة  $B$  .  
أما إذا كانت ( $A$  ليس مجموعه جزئية فعلية من  $B$ ) فنكتب  $A \not\subset B$  ويقصد بأنه يوجد عنصر واحد على الأقل في المجموعة  $A$  ليس عنصراً في المجموعة  $B$  .



**مثال 7 :** اذا كانت لدينا المجموعتين  $A = \{1,2,3\}$  ,  $B = \{1,2,3,4,5\}$  وبالتالي  $A \subseteq B$  (  $A$  مجموعة جزئية من  $B$  ) لأن جميع عناصر المجموعة  $A$  موجودة في  $B$  .

ولكن  $B \not\subseteq A$  (  $B$  ليست مجموعة جزئية من  $A$  ) ، لأنه يوجد عنصر واحد على الأقل في  $B$  ليس موجود في المجموعة  $A$  .

**مثال 8 :** اذا كانت  $A = \{1,2,3,4,5\}$  ,  $B = \{1,2\}$  اكتب العبارات التالية  $\in, \notin, \subseteq, \not\subseteq$  في الفراغ المناسب:

- a) 2 ..... A , b) 1 ..... B  
c) 6 ..... B , d) 8 ..... A  
e) {1,2,3} ..... A , f) {1} ..... B  
g) {8,9} ..... B , h) {6,7} ..... A

الحل:

- a) 2  $\in$  A , b) 1  $\in$  B  
c) 6  $\notin$  B , d) 8  $\notin$  A  
e) {1,2,3}  $\subseteq$  A , f) {1}  $\subseteq$  B  
g) {8,9}  $\not\subseteq$  B , h) {6,7}  $\not\subseteq$  A

**تمرين 1-1:** اذا كانت  $A = \{a, b, c, 4, d\}$  ,  $B = \{a, b\}$  اكتب العبارات التالية  $\subseteq, \not\subseteq, \in, \notin$  في الفراغ المناسب

- a) a ..... A , b) b ..... B  
c) c ..... B , d) e ..... A  
e) {a, b} ..... A , f) {b} ..... B  
g) {c, d} ..... B , h) {e, f} ..... A

### 6.1 تساوي مجموعتين:

يقال للمجموعتين  $A$  و  $B$  متساويتين ونكتب  $A = B$  اذا كانت كل منهما مجموعة جزئية (محتواة) من الأخرى (  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$  ) أي ان:

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ و } B \subseteq A \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B \text{ و } \forall x \in B \Rightarrow x \in A)$$

**مثال 9 :** إذا كانت  $A = \{1,2,3\}$  و  $B = \{2,3,1\}$  فان  $A = B$  لأن  $B \subseteq A$  و  $A \subseteq B$



أي أن المجموعة  $A$  والمجموعة  $B$  لهما العناصر نفسها، وترتيب العناصر في المجموعة غير مهم.

**تمرين 1-2:** إذا كانت  $A = B$  حيث أن  $A = \{2, 5, 6, 9\}$  و  $B = \{5, x, 2, 9\}$  فإن قيمة  $x$

- a) 6                      b) 5                      c) 9                      d) 2

### 7.1 أنواع المجموعات :

1. المجموعة الخالية: هي المجموعة التي لا تحتوي أي عنصر ويُرمز لها بالرمز  $\emptyset$  أو  $\{\}$

**مثال 10 :** مجموعة الأعداد الزوجية بين العددين 2.5 و 3.5

2. مجموعة وحيدة العنصر: هي مجموعة مكونة من عنصر وحيد .

**مثال 11:** مجموعة الأعداد الزوجية التي هي أكبر من العدد 1 وأقل من العدد 3

3. المجموعة المنتهية: وهي المجموعة التي تحتوي عدد محدود من العناصر.  
**مثال 12 :** أيام الأسبوع

4. المجموعة اللانهائية (الغير منتهية): وهي المجموعة التي تحتوي عدد غير محدود من العناصر

**مثال 13:** مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية

5. المجموعة الشاملة : هي المجموعة التي تحتوي على جميع العناصر تحت الدراسة ويرمز لها  $U$  .

### خصائص المجموعة الجزئية:

$$1) \emptyset \subseteq A \subseteq U \quad 2) A \subseteq A \quad 3) A \subseteq B \text{ و } B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$$

### 8.1 العمليات على المجموعات

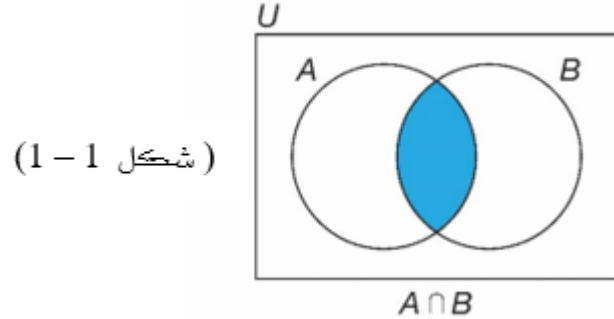
1- تقاطع مجموعتين:

تقاطع المجموعتين  $A$  و  $B$  هي مجموعة جميع العناصر المشتركة بين  $A$  و  $B$  وتكتب كالتالي:  $A \cap B$  ونعرفها رياضياً كما يلي:

$$A \cap B = \{x: x \in A \text{ و } x \in B\}$$



ويمكن تمثيل ذلك بشكل فن حيث  $U$  المجموعة الشاملة بالمستطيل والمجموعتين  $A$  و  $B$  بدوائر داخل المستطيل ويكون تقاطعهما المنطقة المظللة كما هو موضح بالشكل التالي:



**مثال 14:** إذا كانت  $A = \{1,3,4,5\}$  و  $B = \{2,4,3\}$  اوجد  $A \cap B$ .  
الحل:  $A \cap B = \{3,4\}$

**مثال 15:** إذا كانت  $C = \{10,30,m,k\}$  و  $D = \{50,100\}$  اوجد  $C \cap D$ .  
الحل:  $C \cap D = \phi$

### خصائص التقاطع:

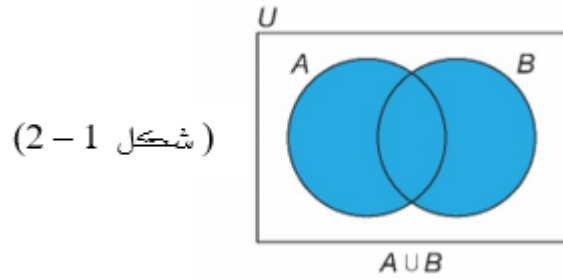
- |                         |   |
|-------------------------|---|
| 1) $A \cap A = A$       | 4) $A \cap B = B \cap A$                            |
| 2) $A \cap U = A$       | 5) $(A \cap B) \subseteq A, (A \cap B) \subseteq B$ |
| 3) $A \cap \phi = \phi$ | 6) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$          |

**تمرين 1-3:** إذا كانت  $A = \{1,3,5,a\}$  و  $B = \{1,20,a,5,8\}$  فإن  $A \cap B$ .  
a)  $\{1,5,a\}$       b)  $\{1,a\}$       c)  $\{20,5,a\}$       d)  $\phi$   
**تمرين 1-4:** إذا كانت  $D = \{10,20,50\}$  و  $C = \{30,60,90\}$  فإن  $C \cap D$ .

a)  $\{30,60,90\}$       b)  $\{20,50\}$       c)  $\{20,50,90\}$       d)  $\phi$

### 2- اتحاد مجموعتين:

اتحاد المجموعتين  $A$  و  $B$  هي مجموعة جميع عناصر المجموعتين  $A$  و  $B$  بدون تكرار العنصر ويرمز لهما بالرمز  $A \cup B$  ونعرفها رياضياً كما يلي:  
 $A \cup B = \{x: x \in A \text{ أو } x \in B\}$   
ويمكن تمثيل الاتحاد في شكل فن بالمنطقة المظللة كالشكل التالي:



### خصائص الاتحاد:

- 1)  $A \cup A = A$     2)  $A \cup U = U$     3)  $A \cup \phi = A$     4)  $A \cup B = B \cup A$   
 5)  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$     6)  $A \subseteq (A \cup B)$  ,  $B \subseteq (A \cup B)$

**مثال 16:** إذا كانت  $A = \{2, 4, 3\}$  و  $B = \{1, 3, 4, 5\}$  أوجد  $A \cup B$ .  
 الحل:  $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 2\}$

**مثال 17:** إذا كانت  $D = \{50, 100\}$  و  $C = \{10, 30, m, k\}$  أوجد  $C \cup D$ .  
 الحل:  $C \cup D = \{10, 30, m, k, 50, 100\}$

**تمرين 1-5:** إذا كانت  $A = \{1, 5, a\}$  و  $B = \{1, 20, a, 5, 8\}$  فإن  $A \cup B$  يساوي:

- a)  $\{1, 5, a, 20, 8\}$     b)  $\{1, 5, a\}$     c)  $\{8, 20\}$     d)  $\phi$

**تمرين 1-6:** إذا كانت  $D = \{10, 20, 50\}$  و  $C = \{30, 60, 90\}$  فإن  $C \cup D$  يساوي:

- a)  $\{30, 60, 90, 10, 20, 50\}$     b)  $\{10, 20, 50\}$     c)  $\{30, 60, 90\}$     d)  $\phi$

### العلاقة بين الاتحاد والتقاطع:

إذا كانت  $A, B, C$  ثلاث مجموعات فإن :

- 1)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  أي ان الاتحاد توزيع على التقاطع  
 1)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  أي ان التقاطع توزيع على الاتحاد

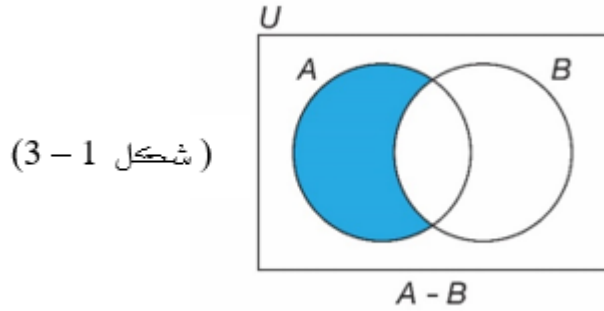
### 3- الفرق بين مجموعتين :

نعرف حاصل طرح المجموعة  $B$  من المجموعة  $A$  هي مجموعة جميع العناصر الموجودة في  $A$  وليست في  $B$  ويرمز لها بالرمز  $A - B$  ونكتب رياضياً:

$$A - B = \{x: x \in A \text{ و } x \notin B\}$$

$$B - A = \{x: x \in B \text{ و } x \notin A\}$$

ويمكن تمثيل الفرق  $A - B$  في شكل فن بالمنطقة المظلمة كما في الشكل التالي:



### خصائص الفرق:

- 1)  $A - A = \phi$
- 2)  $A - U = \phi$
- 3)  $A - \phi = A$
- 4)  $A - B = B - A \Leftrightarrow A = B$
- 5)  $A - B = A \Leftrightarrow A \cap B = \phi$
- 6)  $A - B = \phi \Leftrightarrow A \subseteq B$

**مثال 18:** اذا كانت  $A = \{2, 4, 3, 5\}$  و  $B = \{1, 3, a, 5, b\}$  اوجد  $A - B$  و  $B - A$   
الحل:

$$A - B = \{2, 4\}$$

$$B - A = \{1, a, b\}$$

**تمرين 1-7:** اذا كانت  $C = \{10, 30, 40, 50\}$  و  $D = \{10, 20, 50, 100\}$  فان  $C - D$

- a)  $\{30, 40\}$     b)  $\{10, 20, 50\}$     c)  $\{30, 60, 90\}$     d)  $\phi$

**تمرين 1-8:** اذا كانت  $C = \{10, 30, 40, 50\}$  و  $D = \{10, 20, 50, 100\}$  فان  $D - C$

- a)  $\{30, 40\}$     b)  $\{20, 100\}$     c)  $\{30, 60, 90\}$     d)  $\phi$

**تمرين 1-9:** اذا كانت  $A = \{10, 20, 30\}$  و  $B = \{10, 20, 30\}$  فان  $A - B$

- a)  $\{10, 20, 30\}$     b)  $\{10, 20, 30\}$     c)  $\{30\}$     d)  $\phi$

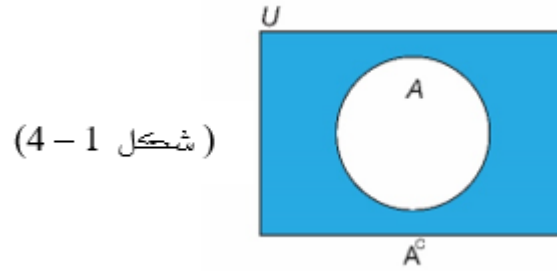
### 4- متممة المجموعة:

اذا كانت  $U$  مجموعة شاملة بالنسبة للمجموعة  $A$  نعرف متممة  $A$  بانها مجموعة جميع العناصر الموجودة في المجموعة الشاملة  $U$  وليست في  $A$  ويرمز لها بالرمز  $\bar{A}$  أو  $A^C$  وتعرف رياضياً:

$$\bar{A} = U - A = \{x: x \in U \text{ و } x \notin A\}$$

ويمكن تمثيل المتممة  $\bar{A}$  في شكل فن بالمنطقة المظللة كما في لشكل التالي:





**مثال 19:** اذا كانت  $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$  و  $A = \{1,2,3\}$  اوجد  $\bar{A}$   
الحل:

**مثال 20:** اذا كانت  $U = \{1,2,3,4,5\}$  و  $B = \{1,2,3,4,5\}$  اوجد  $\bar{B}$   
الحل:

### خصائص المتممة:

$$1) \bar{A} \cup A = U$$

$$2) \bar{A} \cap A = \emptyset$$

$$3) \overline{\bar{A}} = A$$

$$4) \bar{\bar{U}} = U$$

$$5) \bar{\bar{A}} = A$$

**تمرين 1-10:** اذا كانت  $U = \{10,20,30,40,50\}$  و  $A = \{10,20\}$  فان  $\bar{A}$   
a)  $\{10,20,30\}$  b)  $\{30,40,50\}$  c)  $\{40,50\}$  d)  $\emptyset$

**تمرين 1-11:** اذا كانت  $U = \{60,70,80,90,100\}$  و  $B = \{60,70,80,90,100\}$  فان  $\bar{B}$

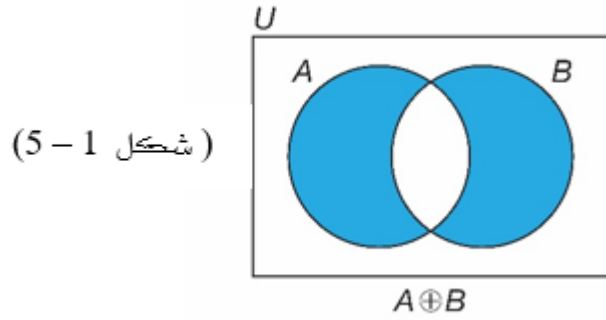
a)  $\{60,70,80,90,100\}$  b)  $\{60,70,80\}$  c)  $\{90,100\}$  d)  $\emptyset$

5- الفرق التناظري بين مجموعتين :

نعرف الفرق التناظري بين مجموعتين  $A$  و  $B$  هي مجموعة جميع العناصر الموجودة اما في  $A$  أو في  $B$  ولكن ليست موجودة في العناصر المشتركة بين المجموعتين ويرمز لها بالرمز  $A \oplus B$  ونكتب رياضيا:

$$A \oplus B = \{x: x \in A \cup B \text{ و } x \notin A \cap B\}$$

ويمكن تمثيل الفرق التناظري  $A \oplus B$  في شكل فن بالمنطقة المظللة كما في الشكل التالي:



**مثال 21:** اذا كانت  $A = \{1,2,3,4,5\}$  و  $B = \{1,2,7\}$  اوجد  $A \oplus B$   
الحل :

**تمرين 1-12:** اذا كانت  $A = \{20,40,60,80\}$  و  $B = \{20,30,40,50\}$  فان  $A \oplus B$

a)  $\{20,30,40,50\}$  b)  $\{30,50,60,80\}$  c)  $\{20,40,60,80\}$  d)  $\emptyset$

### خصائص الفرق التناظري:

- 1)  $A \oplus A = \emptyset$  , 2)  $A \oplus \emptyset = A$  , 3)  $A \oplus U = \bar{A}$  , 4)  $A \oplus B = B \oplus A$   
5)  $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$  , 6)  $A \oplus B = \emptyset \Leftrightarrow A = B$

9.1 قانون دي مورغان :

- 1-  $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$   
2-  $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$

**مثال 22:** اذا كانت المجموعة الشاملة  $U = \{10,20,30,40,50\}$  وكانت  $A = \{10,30\}$ ,  $B = \{30,50\}$ ,  $C = \{40,50\}$  اوجد

1)  $A \cap B$  2)  $A \cap C$  3)  $A \cup B$  4)  $B \cup C$  5)  $A -$

$B$

6)  $C - B$  7)  $\bar{A}$  8)  $\bar{B}$  9)  $\bar{C}$  10)  $A \oplus B$

الحل :

- 1)  $A \cap B = \{30\}$   
2)  $A \cap C = \emptyset$   
3)  $A \cup B = \{10,30,50\}$   
4)  $B \cup C = \{30,50,40\}$   
5)  $A - B = \{10\}$   
6)  $C - B = \{40\}$   
7)  $\bar{A} = \{20,40,50\}$   
8)  $\bar{B} = \{10,20,40\}$   
9)  $\bar{C} = \{10,20,30\}$



$$10) A \oplus B = \{10, 50\}$$

**تمرين 13-1 :** اذا كانت المجموعة الشاملة  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

وكانت  $A = \{1, 3, 5, 6\}, B = \{2, 5, 9\}, C = \{4, 7\}$  فإن :

$$1) A \cap B =$$

- a)  $\{5\}$       b)  $\{1, 3\}$       c)  $\{1, 3, 5, 6, 2, 9\}$       d)  $\emptyset$

$$2) A \cap C =$$

- a)  $\{1, 3\}$       b)  $\{1, 3, 5, 6, 4, 7\}$       c)  $\{4, 7\}$       d)  $\emptyset$

$$3) B \cup C =$$

- a)  $\{4, 7\}$       b)  $\{1, 3\}$       c)  $\{2, 5, 9, 4, 7\}$       d)  $\emptyset$

$$4) A - B =$$

- a)  $\{10, 4, 7\}$       b)  $\{1, 3, 6\}$       c)  $\{2, 5\}$       d)  $\emptyset$

$$5) C - B =$$

- a)  $\{4, 7\}$       b)  $\{1, 3\}$       c)  $\{2, 5, 9, 4, 7\}$       d)  $\emptyset$

$$6) A^c =$$

- a)  $\{4, 7\}$       b)  $\{1, 3, 5, 6\}$       c)  $\{2, 4, 7, 8, 9, 10\}$       d)  $\emptyset$

$$7) C^c =$$

- a)  $\{4, 7\}$       b)  $\{1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10\}$       c)  $\{8, 9, 10\}$       d)  $\emptyset$

$$8) A \oplus B$$

- a)  $\{1, 3, 5, 6, 2, 9\}$       b)  $\{1, 3, 6, 2, 9\}$       c)  $\{5\}$       d)  $\emptyset$



### المجموعات العددية

في دراستنا العلمية نحتاج للتعامل مع عدة مجموعات عددية كل منها توسيع وامتداد لسابقتها.

#### 1. مجموعة الأعداد الطبيعية:

هي مجموعة الأعداد الأساسية المألوف عليها ونرمز لها بالحرف اللاتيني الكبير  $N$

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

#### 2. مجموعة الأعداد الكلية:

هي مجموعة الأعداد الطبيعية  $N$  مضافا إليها العدد 0 ويرمز لها بالحرف  $W$

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

#### 3. مجموعة الأعداد الصحيحة:

هي مجموعة الأعداد الكلية مضافا إليها مجموعة الأعداد السالبة ويرمز لها بالرمز  $Z$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

#### 4. مجموعة الأعداد الكسرية (النسبية) :

هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة كسر  $\left(\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}\right)$  ، بحيث المقام لا يساوي صفر ، ونرمز لها بالرمز  $Q$  ويمكن كتابتها على الصورة  $a, b \in Q = \{x: x = \frac{a}{b}, b \neq 0\}$

#### 5. مجموعة الأعداد الغير كسرية (غير نسبية) :

هي مجموعة الأعداد التي لا يمكن كتابتها على صورة كسر مثل :  $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \frac{1}{\sqrt{5}}, e, \pi$  ويرمز لها بالرمز  $(\bar{Q})$  .

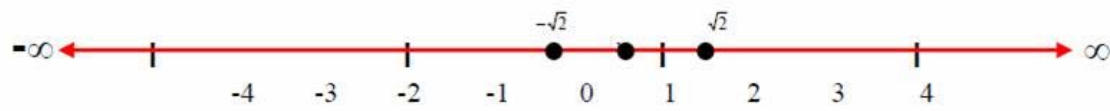
فمثلا التمثيل العشري للأعداد غير الكسرية:

$$\sqrt{3} = 1.7320508 \dots ; \quad e = 2.71828 \dots ; \quad \pi = 3.1415 \dots$$

**ملاحظة 1 :** التقريب النسبي للعدد الغير النسبي  $\pi$  هو  $\pi \approx 3.14$  أو  $\pi \approx \frac{22}{7}$

#### 6. مجموعة الأعداد الحقيقية :

هي مجموعة جميع الأعداد الطبيعية والكلية والصحيحة والكسرية والغير كسرية ويرمز لها بالرمز  $R$  ويمكن تمثيلها بيانيا بنقاط على خط افقي يسمى خط الأعداد الحقيقية، بحيث تقع نقطة الصفر في المنتصف والأعداد الموجبة على اليمين والأعداد السالبة على اليسار كما في الشكل التالي:



ملاحظه

- 1)  $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq \bar{Q} \subseteq R$
- 2)  $Q \cup \bar{Q} = R$
- 3)  $Q \cap \bar{Q} = \emptyset$



(شكل 1-6)

### تمارين (1-14)

1. يرمز لمجموعة الاعداد الصحيحة بالرمز
  - a) R
  - b) Z
  - c) N
  - d) Q
2. يرمز لمجموعة الاعداد الغير كسريه بالرمز
  - a) R
  - b) Z
  - c) W
  - d)  $\bar{Q}$
3. يرمز لمجموعة الاعداد الحقيقية بالرمز



- a) R      b) Z      c) W      d) Q  
4. يرمز لمجموعة الاعداد الكسرية بالرمز
- a) R      b) Z      c) W      d) Q  
5. يرمز لمجموعة الاعداد الكلية بالرمز
- a) R      b) Z      c) W      d) Q  
6. اذا كانت  $A = \{1,2,3\}$  و  $B = \{1,2,3,4,5\}$  فإن
- a)  $A \subseteq B$       b)  $A \not\subseteq B$       c)  $A \in B$       d)  $A \notin B$   
7. اذا كانت  $B = \{1,2,3\}$  فإن
- a)  $1 \subseteq B$       b)  $1 \not\subseteq B$       c)  $1 \in B$       d)  $1 \notin B$   
8. يرمز للمجموعة الخالية بالرمز
- a) A      b)  $\emptyset$       c) U      d)  $A^c$   
9. يرمز للمجموعة الشاملة بالرمز
- a) A      b)  $\emptyset$       c) U      d)  $A^c$   
10. اذا كانت  $A = \{1,2,3\}$  و  $B = \{4,5\}$  فإن  $A \cup B =$
- a)  $\{4,5\}$       b)  $\{1,2,3\}$       c)  $\{1,2,3,4,5\}$       d)  $\emptyset$   
11. اذا كانت  $A = \{1,2,3\}$  و  $B = \{3,4\}$  فإن  $A \cap B =$
- a)  $\{3\}$       b)  $\{1,2,3\}$       c)  $\emptyset$       d)  $\{1,2,3,4,5\}$   
12. اذا كانت  $A = \{1,2,3\}$  و  $B = \{5,4\}$  فإن  $A \cap B =$
- a)  $\{3\}$       b)  $\{1,2,3\}$       c)  $\emptyset$       d)  $\{1,2,3,4,5\}$   
13. اذا كانت  $A = \{1,2,3,4\}$  و  $B = \{1,2\}$  فإن  $A - B =$
- a)  $\{1,2,3,4\}$       b)  $\{1\}$       c)  $\{3,4\}$       d)  $\{1,2\}$   
14. اذا كانت  $U = \{1,2,3,4,5\}$  و  $A = \{1,2\}$  و فإن  $\bar{A} =$
- a)  $\{1,2\}$       b)  $\{1,3\}$       c)  $\{4,2\}$       d)  $\{3,4,5\}$   
15. يرمز لمجموعة الاعداد الطبيعية بالرمز
- a) N      b) W      c) Q      d) R  
16.  $(\overline{A \cap B}) =$



- a)  $\bar{A} \cap \bar{B}$    b)  $\bar{A} \cup \bar{B}$    c)  $\bar{A} \cup B$    d)  $A \cap \bar{B}$
17.  $(\overline{A \cup B}) =$
- a)  $\bar{A} \cap \bar{B}$    b)  $\bar{A} \cup \bar{B}$    c)  $\bar{A} \cup B$    d)  $A \cap \bar{B}$
18. العدد التالي يمثل عدد طبيعي
- a)  $\pi$    b) -1   c) 0   d) 5
19. العدد التالي يمثل عدد صحيح
- a)  $\pi$    b) -6   c)  $e$    d)  $\frac{2}{3}$
20. إذا كانت  $A = \{1,2,3\}$  و  $B = \{1,2,4,5\}$  فإن  $A \oplus B$  تساوي
- a)  $\{3,4,5\}$    b)  $\{1,2\}$    c)  $\{1,2,3,4,5\}$    d)  $\emptyset$

نموذج تقييم المتدرب لمستوى أدائه		
يعبأ من قبل المتدرب نفسه وذلك بعد الانتهاء من تمارين الوحدة		
بعد الانتهاء من التدريب على وحدة المجموعات، قيم نفسك وقدراتك بواسطة إكمال هذا التقييم الذاتي بعد كل عنصر من العناصر المذكورة، وذلك بوضع علامة (✓) أمام مستوى الأداء الذي أتقنته، وفي حالة عدم قابلية المهمة للتطبيق ضع العلامة في الخانة الخاصة بذلك.		
م	العناصر	مستوى الأداء (هل أتقنت الأداء)



		غير قابل للتطبيق	لا	جزئيا	كلها
1.	مفهوم المجموعات				
2.	تعريف المجموعة بقاعدة معينة				
3.	تمييز خصائص المجموعات				
4.	حساب العمليات على المجموعات				
5.	تمييز المجموعة الجزئية				
6.	تصنيف الاعداد حسب مجموعتها العددية				
يجب أن تصل النتيجة لجميع المفردات (البنود) المذكورة إلى درجة الإتقان الكلي أو أنها غير قابلة للتطبيق، وفي حالة وجود مفردة في القائمة "لا" أو "جزئيا" فيجب إعادة التدريب على هذا النشاط مرة أخرى بمساعدة المدرب.					





نموذج تقييم المدرب لمستوى أداء المتدرب يعبأ من قبل المدرب وذلك بعد الانتهاء من تمارين الوحدة					
اسم	المتدرب : التاريخ: .....				
رقم	المتدرب : المحاولة : 1 2 3 4 العلامة : ..... .....				
كل بند أو مفردة يقيم بـ 10 نقاط الحد الأدنى: ما يعادل 80% من مجموع النقاط. الحد الأعلى: ما يعادل 100% من مجموع النقاط.					
م	بنود التقييم	النقاط ( حسب رقم المحاولات )			
		1	2	3	4
1	مفهوم المجموعات				
2	تعريف المجموعة بقاعدة معينة				
3	تمييز خصائص المجموعات				
4	حساب العمليات على المجموعات				
5	تمييز المجموعة الجزئية				
6	تصنيف الاعداد حسب مجموعتها العددية				
المجموع					
ملحوظات:					
.....					
توقيع المدرب: .....					



## الوحدة الثانية

### العمليات الحسابية على الأعداد النسبية والحقيقية



## الوحدة الثانية العمليات الحسابية على الأعداد النسبية والحقيقية

الهدف العام للوحدة:  
تهدف هذه الوحدة إلى القيام بالعمليات الحسابية على مجموعة الأعداد النسبية و الحقيقية.

الأهداف التفصيلية:  
من المتوقع في نهاية هذه الوحدة التدريبية أن يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن:

1. يحسب العمليات الحسابية على الأعداد الكسرية .
2. يحسب العمليات الحسابية على الأعداد العشرية .
3. يكتب تقريب الأعداد العشرية .
4. يميز خصائص الأعداد الحقيقية .
5. يحسب العمليات الحسابية على الأعداد الحقيقية مراعيًا العمليات الأولية .

الوقت المتوقع للتدريب على هذه الوحدة: 8 ساعات تدريبية.

### العمليات الحسابية على الأعداد الكسرية

1.2 الكسر عباره عن بسط ومقام (  $\frac{a}{b}$  ) ، بحيث  $a$  البسط و  $b$  المقام ، المقام لا يساوي صفر  
(  $b \neq 0$  )



## 2.2 خصائص الكسور :

إذا كانت  $a, b, c, d$  أعداد حقيقية فإن:

## 1.2.2 ضرب الكسور

هي عبارة عن حاصل ضرب البسط في البسط والمقام في المقام.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$b, d \neq 0$$

مثال 1: احسب ما يلي

$$a) \frac{2}{4} \times \frac{3}{4} = \quad b) \frac{4}{5} \times \frac{-5}{6} = \quad c) \frac{-3}{4} \times \frac{-2}{5} = \quad d) \frac{-2}{3} \times \frac{6}{13} =$$

الحل:

$$a) \frac{2}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{4 \times 4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$b) \frac{4}{5} \times \frac{-5}{6} = \frac{4 \times -5}{5 \times 6} = \frac{-20}{30} = \frac{-2}{3}$$

$$c) \frac{-3}{4} \times \frac{-2}{5} = \frac{-3 \times -2}{4 \times 5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$d) \frac{-2}{3} \times \frac{6}{13} = \frac{-2 \times 6}{3 \times 13} = \frac{-12}{39} = \frac{-4}{13}$$

تمرين 1-2: اختر الإجابة الصحيحة:

$$1) \frac{5}{6} \times \frac{3}{6} =$$

$$a) \frac{15}{12}$$

$$b) \frac{15}{36}$$

$$c) \frac{8}{36}$$

$$d) \frac{8}{12}$$



$$2) \frac{-4}{5} \times \frac{7}{8} =$$

$$a) \frac{-28}{40} \quad b) \frac{-11}{13} \quad c) \frac{3}{13} \quad d) \frac{-24}{40}$$

$$3) \frac{-5}{6} \times \frac{-2}{4} =$$

$$a) \frac{-7}{24} \quad b) \frac{-10}{24} \quad c) \frac{7}{24} \quad d) \frac{10}{24}$$

### 2.2.2 قسمة الكسور

عند قسمة كسرين نحول عملية القسمة الى عملية ضرب ( الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني) ثم نضرب البسط في البسط والمقام في المقام.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c} \quad b, c \neq 0$$

مثال 2: احسب ما يلي:

$$a) \frac{2}{4} \div \frac{5}{6} = \quad b) \frac{3}{7} \div \frac{-2}{6} = \quad c) \frac{-3}{8} \div \frac{-9}{7} =$$

الحل:

$$a) \frac{2}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{2}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{2 \times 6}{4 \times 5} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$b) \frac{3}{7} \div \frac{-2}{6} = \frac{3}{7} \times \frac{6}{-2} = \frac{3 \times 6}{7 \times -2} = \frac{18}{-14} = -\frac{18}{14} = -\frac{9}{7}$$

$$c) \frac{-3}{8} \div \frac{9}{-7} = \frac{-3}{8} \times \frac{-7}{9} = \frac{-3 \times -7}{8 \times 9} = \frac{21}{72} = \frac{7}{24}$$